

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2ΓΑ(ε)

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 11 Μαΐου 2024
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Για $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$ και $\theta_1, \theta_2 > 0$ να αποδείξετε ότι

$$\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$$

Μονάδες 7

Α2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

Α3. Δίνεται η γραμμική εξίσωση $2x + y = 4$ (1) της οποίας μία λύση είναι το ζεύγος (1,2). Να γράψετε στο τετράδιό σας μία από τις παρακάτω γραμμικές εξισώσεις ώστε μαζί με την (1) να αποτελέσουν γραμμικό σύστημα 2×2 το οποίο θα έχει μοναδική λύση την $(x, y) = (1, 2)$.

α) $x + y = 6$ β) $x - 3y = -5$ γ) $x + \frac{1}{2}y = 2$ δ) $-2x - y = 4$

Μονάδες 4

A4. Για κάθε μία από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η εξίσωση $\eta\mu x = a$ έχει λύση για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

β) Κάθε σταθερό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.

γ) Για $0 < a \neq 1$ οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = a^x$ και $g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα $y'y$.

δ) Η συνάρτηση $f(x) = e^{-1} \cdot x + 1$ είναι γνήσια φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

ε) Οι συναρτήσεις $f(x) = \eta\mu x$, $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$ έχουν το ίδιο είδος μονοτονίας στο διάστημα $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 + x - 2$ και

$$Q(x) = x^3 - ax^2 + 11x - a, a \in \mathbb{R}.$$

B1. Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 6

B2. Αν τα πολυώνυμα $P(x)$, $Q(x)$ έχουν κοινή λύση, να βρείτε το a .

Μονάδες 5

Για $a = 6$:

B3. Να λυθεί η ανίσωση $Q(x) \leq 0$.

Μονάδες 8

B4. Αν $f(x) = Q(x+1), x \in \mathbb{R}$ να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον x' άξονα.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η παράσταση

$$A = \frac{\sin(21\pi - \theta) \cdot \cos(17\pi + \theta)}{\sin\left(\frac{21\pi}{2} - \theta\right) \cdot \cos\left(\frac{19\pi}{2} - \theta\right)}$$

και η συνάρτηση $f(x) = (A+1) \cdot \sin 2x + B, x \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $K\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $A = 1$ (Μονάδες 6) και $B = 0$ (Μονάδες 2).

Μονάδες 8

Για $f(x) = 2 \cdot \sin 2x, x \in \mathbb{R}$

Γ2. Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με την ευθεία $y = -2$ για $x \in [-\pi, \pi]$.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε την περίοδο της f , την ελάχιστη και μέγιστη τιμή της και να κάνετε την γραφική της παράσταση στο διάστημα $[0, \pi]$.

Μονάδες 6

Γ4. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = e^x + 2$ είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^{v+2} - 5 \cdot x^{2v-2} + 4x^{v-2}$, $v \in \mathbb{N}$, $v \geq 1$

με $x \in \mathbb{R}^*$ η οποία έχει ρίζα το 2.

Δ1. Να βρείτε την τιμή του v .

Μονάδες 4

Για $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$, $x \in \mathbb{R}^*$

Δ2. Να βρείτε τις ρίζες και το πρόσημο τιμών της συνάρτησης f για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$.

Μονάδες 6

Δ3. α) Να αποδείξετε ότι :

i. Η συνάρτηση f είναι άρτια.

Μονάδες 3

ii. Για κάθε $a \in \mathbb{R}^*$ ισχύει $f(a) \cdot f(-a) \geq 0$.

Μονάδες 2

β) Να λυθεί η ανίσωση $f(\ln x) \cdot f(\ln \frac{1}{x}) \leq 0$ για κάθε $x > 0$ και $x \neq 1$.

Μονάδες 5

Δ4. Δίνεται αριθμός $x_0 > 0$ για τον οποίο ισχύει $x_0 + \ln x_0 = 0$. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\rho = x_0 \cdot e^{x_0}$ είναι ρίζα της εξίσωσης $f(x) = 0$.

Μονάδες 5